



ピクトの独り言

フーリエ変換の話し_その4



株式会社 アイネット



色の登場



- では、実際の画像に登場してもらいましょう。
 - RGBが同じ色であるグレースケールを前提にしましょう。
- | | | | | | | | | |
|-------|------|---------------|------|---------------|------|---------------|------|---------------|
| ■ 色No | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| ■ 色値 | 200, | 210, | 220, | 230, | 100, | 110, | 120, | 130。 |
| ■ 色差 | 200, | Δ 210, | 220, | Δ 230, | 100, | Δ 110, | 120, | Δ 130。 |
- 色差は、代表として、隣の色値との差異を表示しましょう。
 - 一つずつ、「+、 Δ 、+、 Δ ・・・」と符号付けします。
 - これにより、隣との差異を浮き彫りに出来るのですね。
- サインとコサインの表は、前章のものを利用してください。

記載方式



- ミルクコーヒーは、遠心分離機に投入して掻き回します。
- この色値も回転係数表に投入して掻き回します（えっ）。
- いやいや実際には、そんな野暮なことはしません（笑）。
- 回転係数と「掛け合わせる」という方法を採用します。
- 「色値に回転する数を掛け合わせる」。だから・・・。
- スペクトルは「★★周波数★★」と呼ばれるのです。
- 色値の記載方法には、列記載形式と行記載形式があります。
- 列記載形式では、横の合計がスペクトル図表の基礎です。
- 行記載形式では、縦横がその反対で、縦の合計になります。

画像 1



色No_列記載方式

色No	4	5	6	7	0	1	2	3	合計
色値	100	110	120	130	200	210	220	230	1,320
移動No	4	5	6	7	0	1	2	3	合計
4	1.000	△1.000	1.000	△1.000	1.000	△1.000	1.000	△1.000	
.									
合計									

色No_行記載方式

色No	色値	移動No	4	5	6	7	.	.	合計
4	100	4	1.000	△1.000	1.000	△1.000			
5	110	5	△1.000	0.707	0.000	△0.707			
.		.							
合計	1320	合計							

x と y の計算



- ここでは、列記載方式を採用します。理由はありません。
- まず、コサインである x の計算です。
- x の計算表は、「フーリエ変換で計算した色値」です。
- 次は、サインである y を計算します。
- ここで一つ注意してください。
- サインは「★★符号反対★★」にします。
- y の計算表は、「フーリエ変換で計算した色値」です。
- 「フーリエ変換で計算した」と言うのは、曲者です。

- サインの符号反対？ 計算値の曲者？ なぜか・・・。
- その理由は、そのうち判明するでしょう(笑)。

画像 2



x の計算表 = 「フーリエ計算した x の色値」

色No	4	5	6	7	0	1	2	3	合計
色値	100	110	120	130	200	210	220	230	1,320
4	100.0	△110.0	120.0	△130.0	200.0	△210.0	220.0	△230.0	△40.0
5	△100.0	77.8	0.0	△91.9	200.0	△148.5	0.0	162.6	100.0
6	100.0	0.0	△120.0	0.0	200.0	0.0	△220.0	0.0	△40.0
7	△100.0	△77.8	0.0	91.9	200.0	148.5	0.0	△162.6	100.0
0	100.0	110.0	120.0	130.0	200.0	210.0	220.0	230.0	1,320.0
1	△100.0	△77.8	0.0	91.9	200.0	148.5	0.0	△162.6	100.0
2	100.0	0.0	△120.0	0.0	200.0	0.0	△220.0	0.0	△40.0
3	△100.0	77.8	0.0	△91.9	200.0	△148.5	0.0	162.6	100.0
合計	0.0	0.0	0.0	0.0	1,600.0	0.0	0.0	0.0	1,600.0

確認事項



- さあ、分析を始めましょう。と行きたいのですが・・・。
- このまま突入すると、用語の壁にぶち当たるかもお(笑)。

- そこで、次の点を再確認してください。
- ① 「列」の意味は縦（南北＝上下）の名称
 - 0列は中央の列
 - 4列は一番左の列
- ② 「行」の意味は横（東西＝左右）の名称
 - 0行は中央の行
 - 4行は一番上の行
- ③ 「間隔」は、中央列が小さく、外列が大きい。
- ④ 「移動回数」は、中央行が小さく、外行が大きい。

計算表_縦・列



- 計算表を縦（南北）に眺めてみましょう。
- 0列は、色No 0（色 0）を間隔 0 で計算した結果です。
- 1列は、色No 1（色 1）を間隔 1 で計算した結果です。
- 2列は、色No 2（色 2）を間隔 2 で計算した結果です。
- その他の列も、同じように考えることができます。

- 移動のない 0列は、合計が 8 回重複計算されています。
- それ以外の列は、すべて合計ゼロになっています。

- なぜか・・・？
- 「円の面積は、正負の領域が等しい」からですね。

画像 4



計算表_縦・列

色No	4	5	6	7	0	1	2	3	合計
色値	100	110	120	130	200	210	220	230	1,320
4									△40.0
5	色	色	色	色	色	色	色	色	100.0
6	4	5	6	7	0	1	2	3	△40.0
7									100.0
0	間	間	間	間	間	間	間	間	1,320.0
1	隔	隔	隔	隔	隔	隔	隔	隔	100.0
2	4	3	2	1	0	1	2	3	△40.0
3									100.0
合計	0.0	0.0	0.0	0.0	1,600.0	0.0	0.0	0.0	1,600.0

計算表_横・行



- 次は、横（東西）の合計です。
- 0行は、すべての色値を間隔0として計算した結果です。
- $\text{Cos}=1.0$ なので、xには色値がそのまま表示されます。
- 結果として、0行のx合計は、色値合計になります。
- 同じく、0行のy合計は、 $\text{Sin}=0.0$ なのでゼロになります。

- 縦合計は、0列の色値が8回合計されました。
- 横合計は、0行に色値合計が表示されています。
- ということは・・・。そうなんです。
- 0行以外の行は、縦横合計差を埋めるためのものなんです。
- もちろん、yも一体となって、合計差異を調整しています。

画像 5



計算表_横・行_x (コサイン)

色No	4	5	6	7	0	1	2	3	合計
色値	100	110	120	130	200	210	220	230	1,320
4	0列以外は移動回数4として計算								△40.0
5	0列以外は移動回数3として計算								100.0
6	0列以外は移動回数2として計算								△40.0
7	0列以外は移動回数1として計算								100.0
0	0列以外は移動回数0として計算								1,320.0
1	0列以外は移動回数1として計算								100.0
2	0列以外は移動回数2として計算								△40.0
3	0列以外は移動回数3として計算								100.0
合計	0.0	0.0	0.0	0.0	1,600.0	0.0	0.0	0.0	1,600.0

色値合計 →
 差の調整
 色値0 × 8回

画像 6



計算表_横・行_y (サイン)

色No	4	5	6	7	0	1	2	3	合計
色値	100	110	120	130	200	210	220	230	1,320
4	0列以外は移動回数4として計算								0.0
5	0列以外は移動回数3として計算								△100.0
6	0列以外は移動回数2として計算								40.0
7	0列以外は移動回数1として計算								100.0
0	0列以外は移動回数0として計算								0.0
1	0列以外は移動回数1として計算								△100.0
2	0列以外は移動回数2として計算								△40.0
3	0列以外は移動回数3として計算								100.0
合計	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

色値合計 →
 差の調整
 色値0 × 8回

計算表_1行目

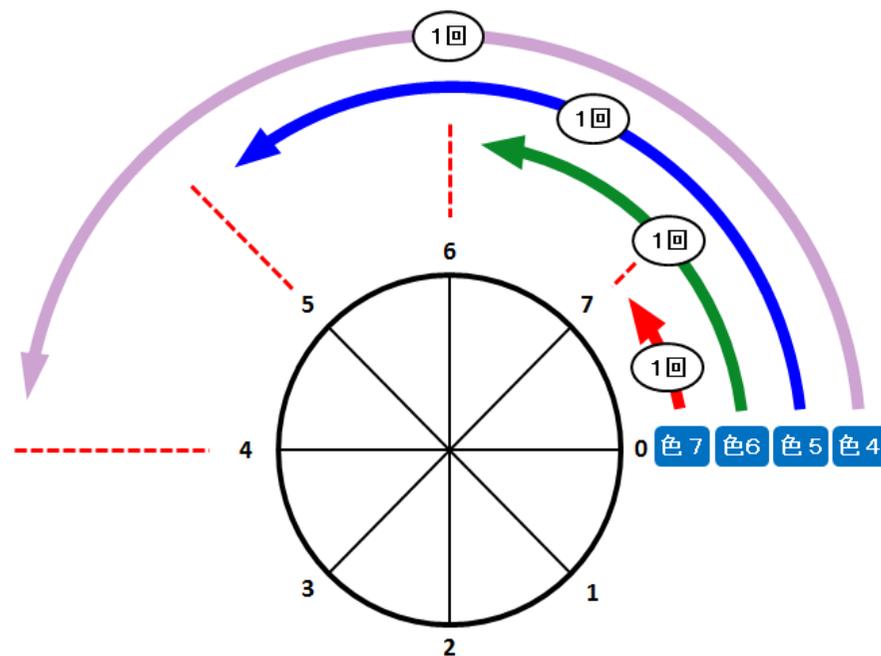
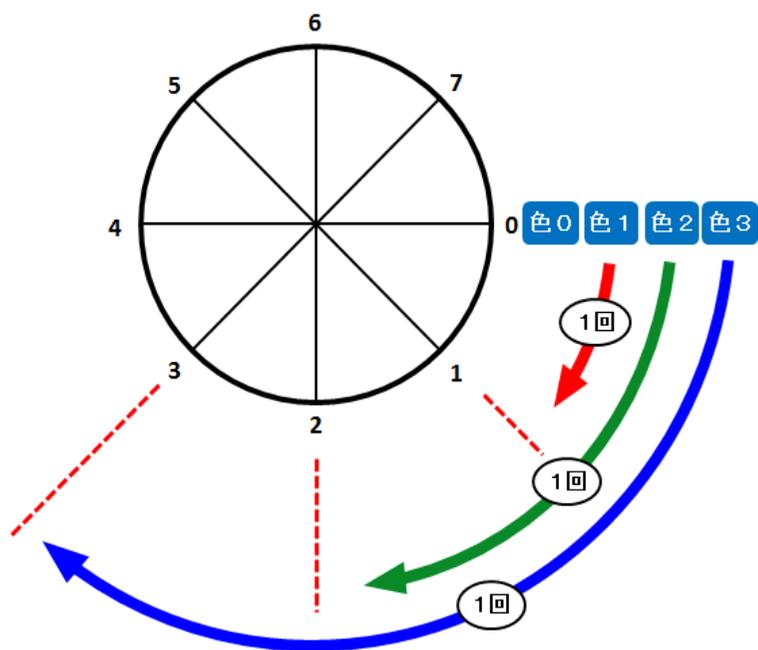


- まず、1行目です。
 - ① 0列以外は全て移動回数 = 1 (普通電車⇒低速運転)。
 - ② 1行目1列は色1を間隔1で計算。
 - ③ 1行目2列は色2を間隔2で計算。
 - ④ 1行目3列は色3を間隔3で計算。
 - ⑤ 1行目7列は色7を間隔1で計算。方向が1列と逆。
 - ⑥ 1行目6列は色6を間隔2で計算。方向が2列と逆。
 - ⑦ 1行目5列は色5を間隔3で計算。方向が3列と逆。
 - ⑧ 1行目4列は色4を間隔4で計算。方向がやはり逆。
-
- 1行目は移動回数が少ないので、低周波領域と言えます。
 - 特徴は、符号が「正・正」「負、負」と連続することです。

画像 7



計算表_1 行目

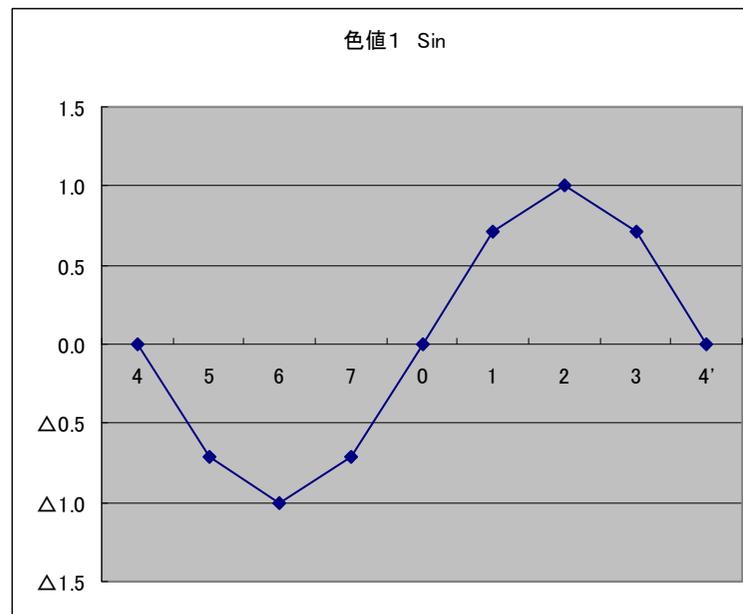
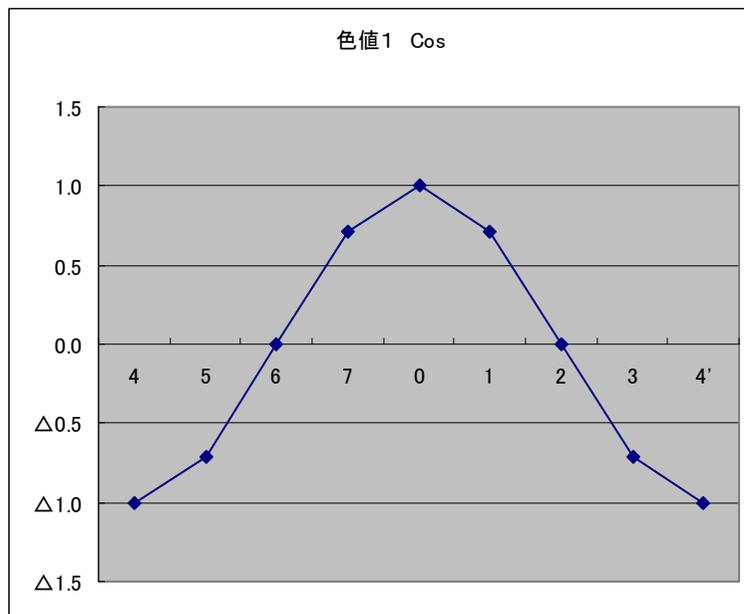


画像 8



計算表_1行目

色No	4	5	6	7	0	1	2	3	4'
色値 1 Cos	$\Delta 1.0$	$\Delta 0.7$	0.0	0.7	1.0	0.7	0.0	$\Delta 0.7$	$\Delta 1.0$
色値 1 Sin	0.0	$\Delta 0.7$	$\Delta 1.0$	$\Delta 0.7$	0.0	0.7	1.0	0.7	0.0



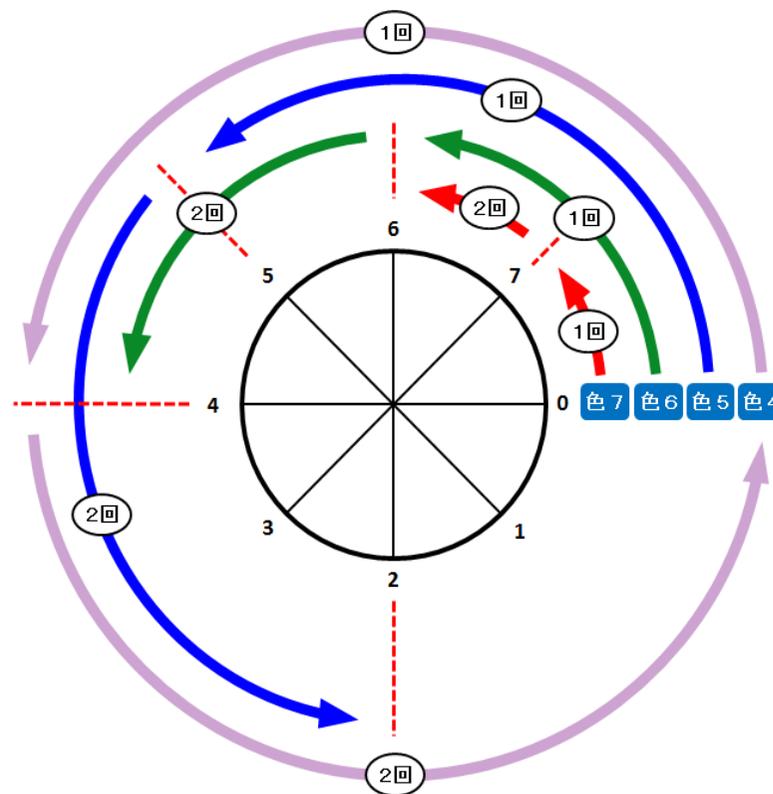
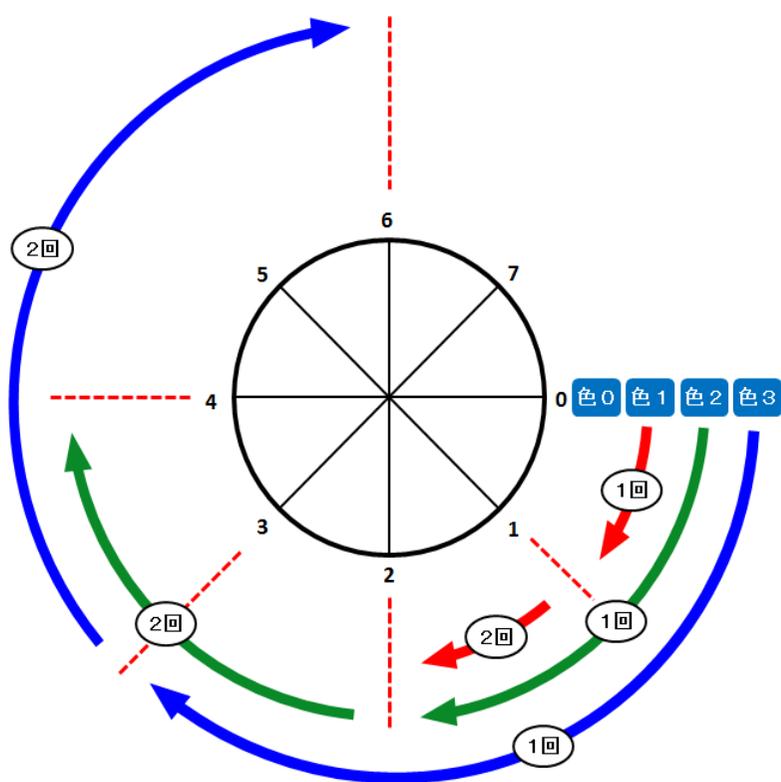
計算表_2行目



- 次に、2行目です。考え方は、1行目と同じです。
 - 理解済みの方、この頁を飛ばしてね（以下同じです）。
 - ① 0列以外は移動回数=2（準急電車）。
 - ② 2行目1列は色1を間隔1で計算。
 - ③ 2行目2列は色2を間隔2で計算。
 - ④ 2行目3列は色3を間隔3で計算。
 - ⑤ 2行目7列は色7を間隔1で計算。方向が1列と逆。
 - ⑥ 2行目6列は色6を間隔2で計算。方向が2列と逆。
 - ⑦ 2行目5列は色5を間隔3で計算。方向が3列と逆。
 - ⑧ 2行目4列は色4を間隔4で計算。方向がやはり逆。
-
- 特徴は、コサインとサインの値が「1, 0, Δ1」です。

画像 9

計算表_2行目

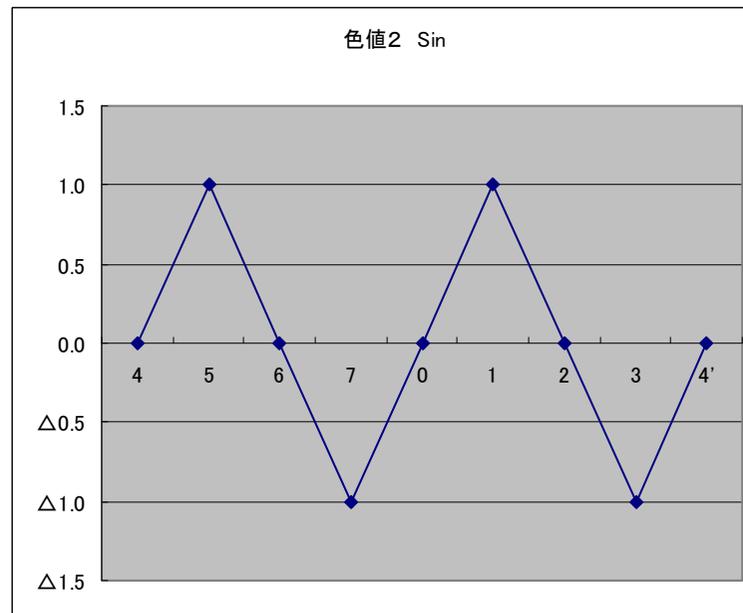
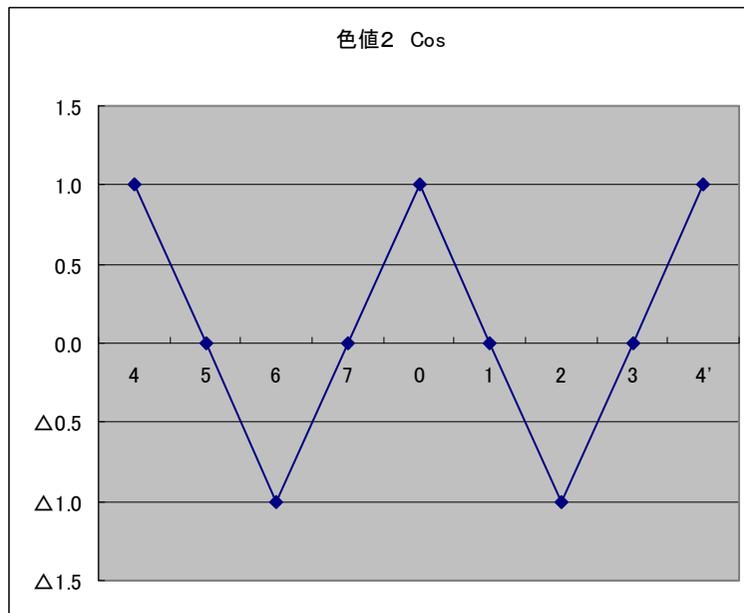


画像10



計算表_2行目

色No	4	5	6	7	0	1	2	3	4'
色値2 Cos	1.0	0.0	$\Delta 1.0$	0.0	1.0	0.0	$\Delta 1.0$	0.0	1.0
色値2 Sin	0.0	1.0	0.0	$\Delta 1.0$	0.0	1.0	0.0	$\Delta 1.0$	0.0



計算表_3行目

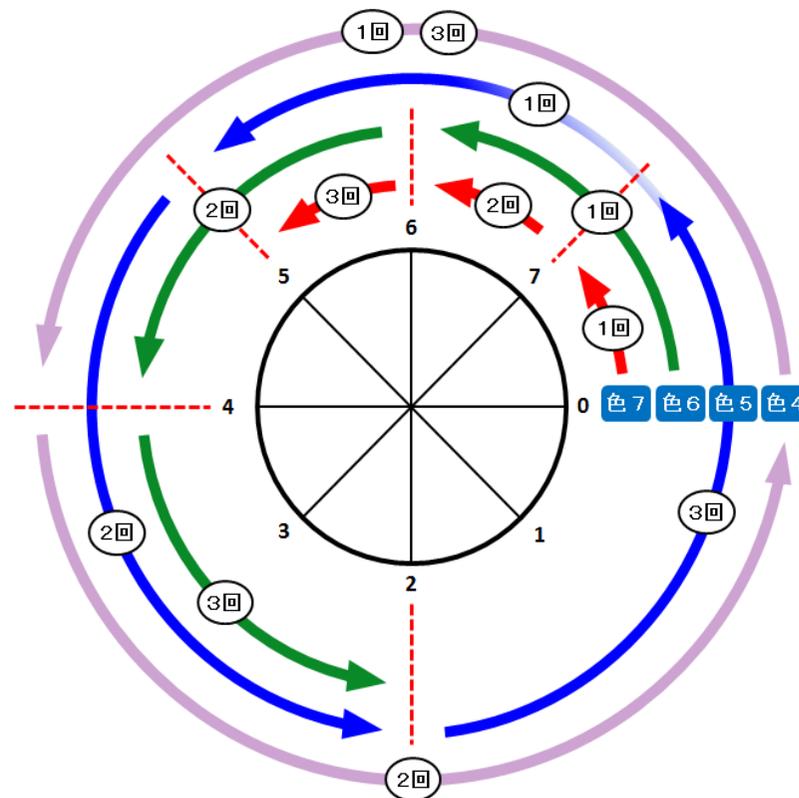
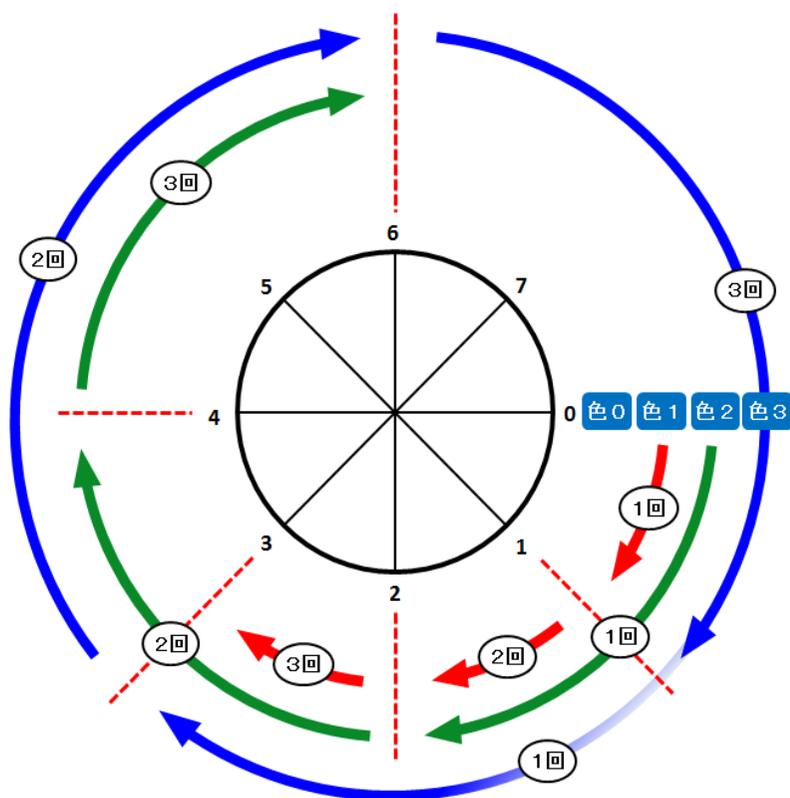


- 次に、3行目です。考え方は、1行目と同じです。
 - ① 0列以外は移動回数 = 3 (急行電車⇒高速運転)。
 - ② 3行目1列は色1を間隔1で計算。
 - ② 3行目2列は色2を間隔2で計算。
 - ③ 3行目3列は色3を間隔3で計算。
 - ④ 3行目7列は色7を間隔1で計算。方向が1列と逆。
 - ⑤ 3行目6列は色6を間隔2で計算。方向が2列と逆。
 - ⑥ 3行目5列は色5を間隔3で計算。方向が3列と逆。
 - ⑦ 3行目4列は色4を間隔4で計算。方向がやはり逆。
-
- 3行目は移動回数が多いので、高周波領域と言えます。
 - 特徴は、符号が「正・負」「負・正」と途切れることです。

画像11

inet

計算表_3行目

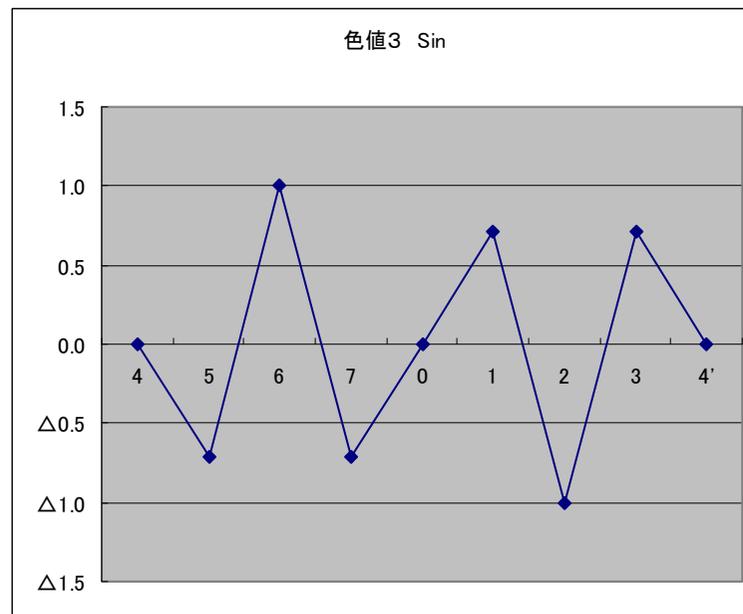
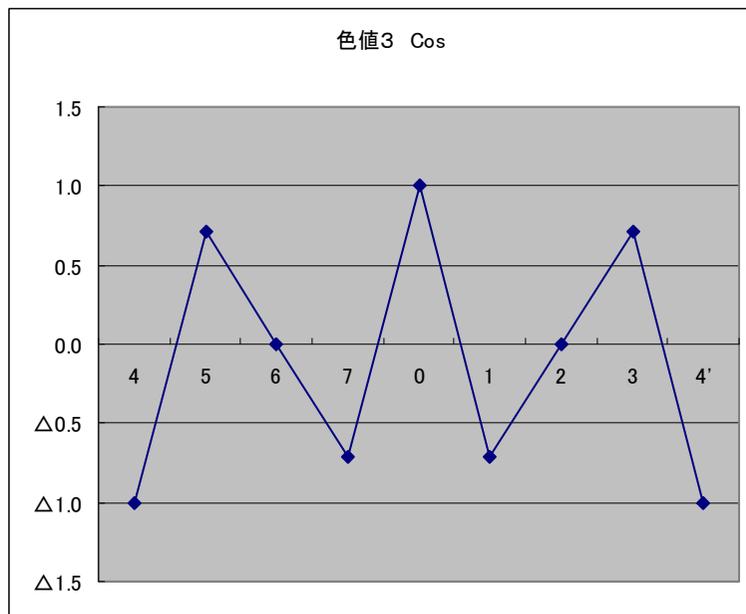


画像12



計算表_3行目

色No	4	5	6	7	0	1	2	3	4'
色値3 Cos	$\Delta 1.0$	0.7	0.0	$\Delta 0.7$	1.0	$\Delta 0.7$	0.0	0.7	$\Delta 1.0$
色値3 Sin	0.0	$\Delta 0.7$	1.0	$\Delta 0.7$	0.0	0.7	$\Delta 1.0$	0.7	0.0



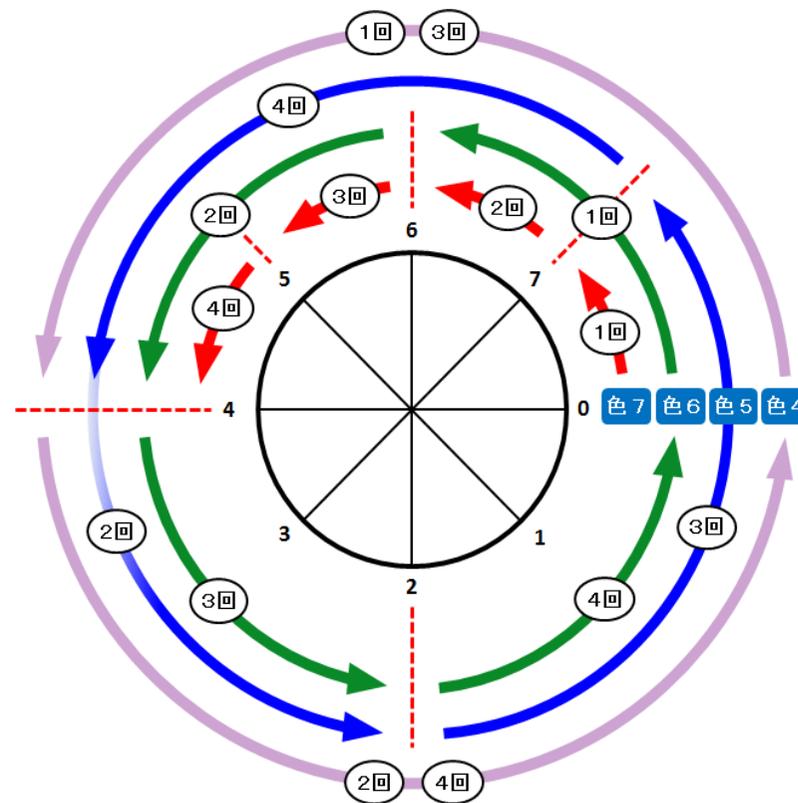
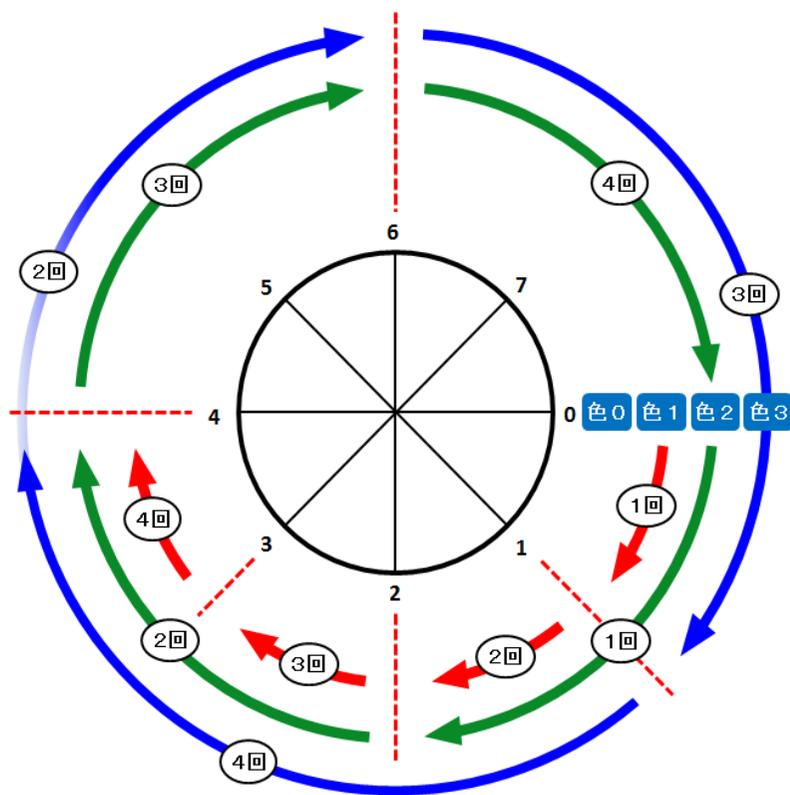
計算表_4行目



- 次に、4行目です。考え方は、1行目と同じです。
 - ① 0列以外は移動回数 = 4 (特急電車⇒最高速運転)。
 - ② 4行目1列は色1を間隔1で計算。
 - ② 4行目2列は色2を間隔2で計算。
 - ③ 4行目3列は色3を間隔3で計算。
 - ④ 4行目7列は色7を間隔1で計算。方向が1列と逆。
 - ⑤ 4行目6列は色6を間隔2で計算。方向が2列と逆。
 - ⑥ 4行目5列は色5を間隔3で計算。方向が3列と逆。
 - ⑦ 4行目4列は色4を間隔4で計算。方向がやはり逆。
-
- 5行目は移動回数が多いので、最高周波領域と言えます。
 - コサインは「1, $\Delta 1 \dots$ 」、サインはゼロになります。

画像13

計算表_4行目



計算表_他の行



- 他の行も、同様に考えれば良いですね。ただ・・・。
- 電車で言うと、折り返し運転と考えましょう(笑)。

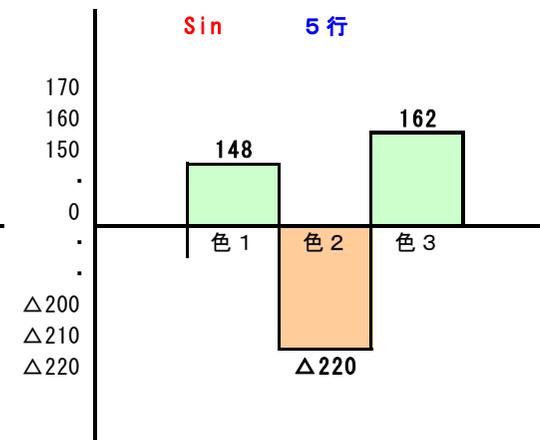
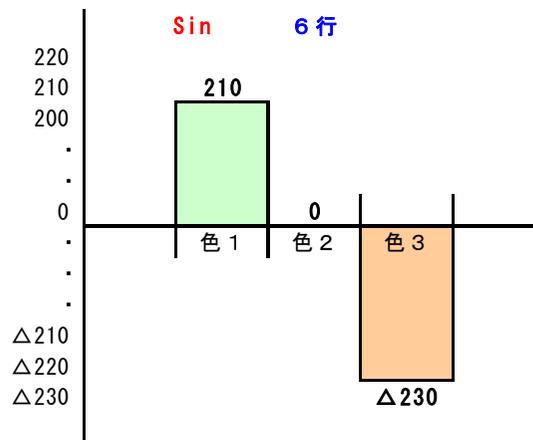
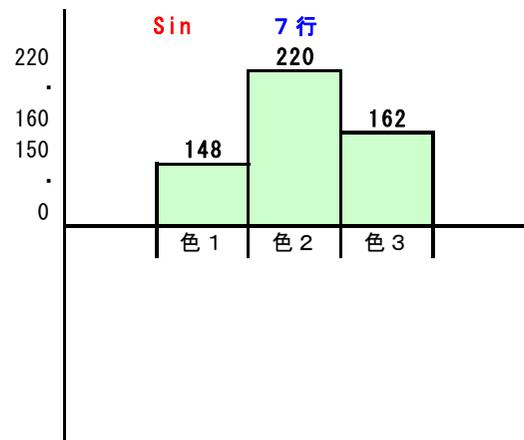
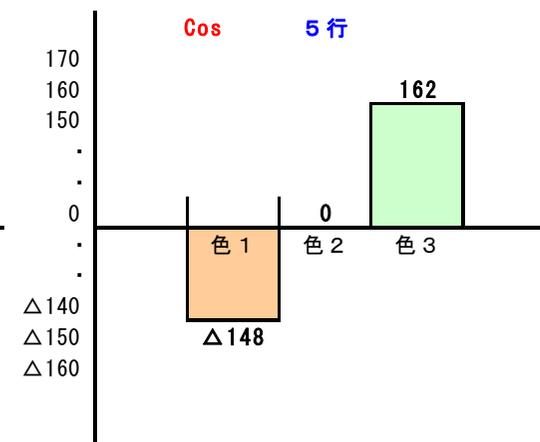
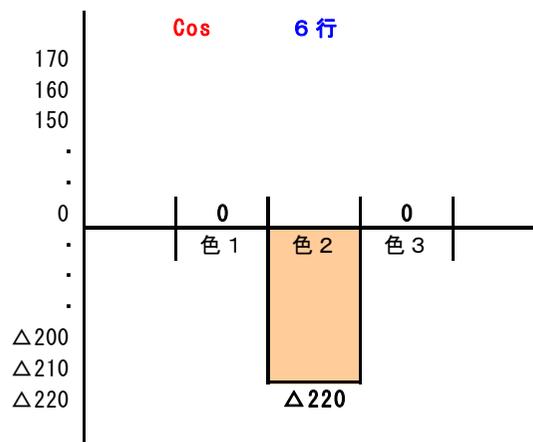
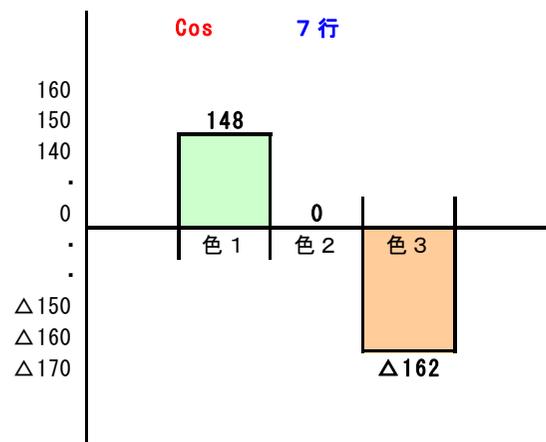
- まず7行目です。考え方は、1行目と同じです。
- 7行目は移動回数が1となります。
- 特徴は、符号が「正・正」「負、負」と連続することです。

- 6行目は、2行目と同じ考え方で、移動回数が2です。
- 特徴は、コサインとサインの値が「1, 0, Δ1」です。

- 5行目は、3行目と同じ考え方で、移動回数が3です。
- 特徴は、符号が「正・負」「負・正」と途切れることです。

画像15

計算表_7行・6行・5行



合計額の集計



- 二つの表の横合計列だけを抽出してみましょう。
- 1行だけの色値ですので、2次元とはなりません。

- 計算した色値の合計は、0行にきちんと表示されています。
- また、計算した色差も4行に表示されていますね。

- でも、あれれ、この合計額は少し変ですねえ。
- 放射状 (=スペクトル状) になっていませんね。
- 1次元とは言え、やはり放射状にならないといけませんね。

- なぜ、放射状にならなかったのでしょうか。
- 計算した x 値と y 値を単に足しても意味がないのです (笑)。

画像16



合計額の集計

色No	cos	sin	合計
色値	1,320	1,320	1,320
4	△40.0	0.0	△40.0
5	100.0	41.4	141.4
6	△40.0	△40.0	△80.0
7	100.0	241.4	341.4
0	1,320.0	0.0	1,320.0
1	100.0	△241.4	△141.4
2	△40.0	40.0	0.0
3	100.0	△41.4	58.6
合計	1,600.0	0.0	1,600.0

← 色差の合計がきちんと表示されている。

} ← { 色値3と一致しない。
色値2と一致しない。
色値1と一致しない。

← 色値の合計がきちんと表示されている。

} ← { 色値7と一致しない。
色値6と一致しない。
色値5と一致しない。

ピタゴラスの定理



- 直角三角形で登場した「ピタゴラスの定理」を使います。
- ピタゴラスの定理は、
- 「短辺と中辺の二乗和の平方根が長辺の長さになる。」
- というものでした。

- ピタゴラスの定理は、各辺の力関係を上手に表現出来ます。
- x 値と y 値の強さをバランスよく調合出来るのですね。

- さて、実際に表を完成させましょう。
- 最後の平方根を眺めてください。
- きちんと放射状になっていますね。
- この平方根の値が「パワースペクトル図表」の値です。

画像17

ピタゴラスの定理

色No	cos	sin	cos ²	sin ²	合計	平方根
色値	1,320	1,320	1,320	1,320	1,320	1,320
4	△40.0	0.0	1,600	0	1,600	40.0
5	100.0	41.4	10,000	1,714	11,714	108.2
6	△40.0	△40.0	1,600	1,600	3,200	56.6
7	100.0	241.4	10,000	58,274	68,274	261.3
0	1,320.0	0.0	1,742,400	0	1,742,400	1,320.0
1	100.0	△241.4	10,000	58,274	68,274	261.3
2	△40.0	40.0	1,600	1,600	3,200	56.6
3	100.0	△41.4	10,000	1,714	11,714	108.2
合計	1,600.0	0.0	1,787,200	123,176	1,910,376	2,212.2

スペクトル状態

前半のまとめ



- 忘れないうちに、重要な点を要約してみましよう。
- ① 色値に回転係数を掛けたものが「周波数」である。
- ② 計算表の縦合計は、0列が8回だけ重複計算される。
- ③ その他の列合計は、ゼロとなる。
- ④ 横合計は、0行が色値全体を現している。
- ⑤ 他の横合計は、縦合計と色値全体との差異調整である。
- ⑥ 0行目は、移動回数がゼロの色値である。
- ⑦ 4行目は、移動回数が4の色値である。
- ⑧ 1行目は、移動回数が1の色値である。
- ⑨ 7行目は、回転方向は異なるが、1行目と同じである。
- ⑩ 2行目と6行目、3行目と5行目も同様に計算できる。
- ⑪ 放射状にするため、ピタゴラスの定理を使う。

コーヒータイム



- これで、スペクトル図表が完成しました。
- ほっと一息ですね。ですが・・・。
- ここの目標は、表の完成ではなく、その分析です。
- 分析できなければ、意味はないのです。

- 箱根駅伝なら、往路のゴール地点直前でしょうか。
- 流石に、少し疲れましたね。
- 後半は、フーリエ変換の最難関の上り坂・箱根峠です。

- ここらで、ちょっと一服しましょう。
- 「兎と亀」の兎にならないようにしましょうね(笑)。